

ОБ УПРАВЛЕНИИ УГЛОВЫМ ДВИЖЕНИЕМ И КОРРЕКЦИИ ОРБИТЫ СПУТНИКА С ПОМОЩЬЮ ОГРАНИЧЕННОГО НАБОРА РАКЕТНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

© 2025 г. А. Я. Борисенко^a, А. В. Сумароков^{a, b, *}

^aПАО “Ракетно-космическая корпорация “Энергия” им. С.П. Королёва”, Королёв, Россия

^bФГАОУВО “Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)”,

Долгопрудный, Россия

*e-mail: anton.sumarokov@rsce.ru

Поступила в редакцию 17.10.2024 г.

После доработки 02.12.2024 г.

Принята к публикации 24.02.2025 г.

Рассматривается управление движением автоматического космического аппарата. Для орбитального маневрирования и угловой стабилизации в качестве исполнительных органов применяется двигательная установка с малым количеством жидкостных ракетных двигателей. В целях обеспечения одновременного управления перемещениями центра масс космического аппарата и его стабилизацией с помощью двигателей в каждый момент времени приходится решать задачу определения необходимого изменения скорости космического аппарата, а также задачу выбора оптимальной конфигурации двигателей для управления угловым движением аппарата и коррекции его орбиты. Приводятся методы решения этих задач, которые можно применить при разработке системы управления рассматриваемого спутника. Работоспособность описанных алгоритмов подтверждается результатами математического моделирования на наземном стенде отработки бортового программного обеспечения.

Ключевые слова: ракетные двигатели ориентации, автоматический космический аппарат, алгоритм управления, расчет длительностей включения двигателей, задача нелинейного программирования, коррекция орбиты

DOI: 10.31857/S0002338825020097, EDN: ASQIZM

ON EARTH SATELLITE MOTION CONTROLL WITH NARROW RANGE OF JET THRUSTERS USED FOR ATTITUDE STABILIZATION AND REBOOST

A. Y. Borisenko^a, A. V. Sumarokov^{a, b, *}

^aKorolev Rocket and Space Corporation Energia, Korolev, Russia

^bMoscow institute of physics and technology (National research university),

Dolgoprudny, Russia

*e-mail: anton.sumarokov@rsce.ru

The motion control of the automated earth satellite is considered. For maneuvering and angular stabilization, a propulsion system used as an actuator. This system is consist of minimal number of jet thrusters, which capable to provide motion control. In order to ensure simultaneous control of the motion of the center of mass of the spacecraft (SC) and its stabilization with the help of engines at each moment of time, it is necessary to solve the problems of determining the required change in the speed of the SC, choosing the optimal configuration of the engines. Presented some methods for solving these problems, which could applied in the control system of the considered spacecraft. The operability of the described algorithms confirmed by the results of mathematical modeling on a ground test bench for onboard software.

Keywords: jet propulsion attitude thrusters, automated earth satellite, algorithm of controll, calculation of jet on duration, nonlinear optimization problem, reboost

Введение. В связи с планами по расширению отечественной спутниковой группировки особо остро стоит проблема как их удешевления за счет экономии массы, так и унификации конструкции [1]. Традиционно автоматические космические аппараты (КА) для управления угловым движением в качестве исполнительных органов используют инерционные органы управления, которыми могут служить либо двигатели-маховики, либо силовые гироскопы (двухстепенные или трехстепенные) [2–5]. Однако сразу после участка выведения, пока инерционные исполнительные органы еще не введены в эксплуатацию, управление угловым движением обычно осуществляется с помощью двигательной установки (ДУ), в которую входят в том числе несколько двигателей ориентации (ДО). Двигатели, установленные определенным образом, позволяют создавать управляющие моменты в различных направлениях. Дополнительно ДУ также решает проблему коррекции орбиты КА и может применяться при возникновении различных нештатных ситуаций (НШС) на борту.

Одним из способов удешевления и унификации конструкции КА является использование малогабаритной ДУ, представляющей собой совокупность системы хранения и подачи топлива и минимального набора жидкостных ракетных двигателей малой тяги [6], способных решать задачу управления движением КА. Применение такой установки на различных спутниках (возможно, даже различных типов) позволяет решать задачи управления как на начальных этапах полета, так и в случае возникновения различных НШС (отказ инерционных исполнительных органов, просадка электропитания и пр.). Дополнительно решается задача коррекции орбиты КА. Будем далее предполагать, что эта ДУ построена на основе жидкостных ракетных двигателей, работающих на самовоспламеняющемся топливе или на холодном газе, аналогичным представленным в [6].

Ввиду малого количества двигателей расположить их так, чтобы они создавали управляющие силы и моменты по каждому из требуемых каналов управления, не представляется возможным, так как в этом случае требуемое количество ДО неизбежно возрастет. В результате для обеспечения возможности управления движением КА с помощью такой малогабаритной ДУ необходимо разработать алгоритм оптимизации времени включения имеющихся двигателей для обеспечения цели управления.

1. Постановка задачи. Описывается алгоритм формирования совокупности управляющих сигналов на двигатели рассматриваемого спутника. В целях решения задачи коррекции орбиты спутника алгоритм должен обеспечивать не только управление угловым движением, необходимо предусмотреть возможность приращения его линейной скорости. Предполагается что ДУ рассматриваемого спутника состоит из восьми однотипных ДО тягой 6 Н каждый. Весь набор двигателей разбит на два гидравлических коллектора для обеспечения резервирования. Оба коллектора являются однотипными, и любой из них должен быть способен решать поставленную задачу. На рис. 1 изображена предполагаемая схема установки двигателей первого (рис. 1а) и второго коллекторов (рис. 1б). Стрелками показано направление истечения

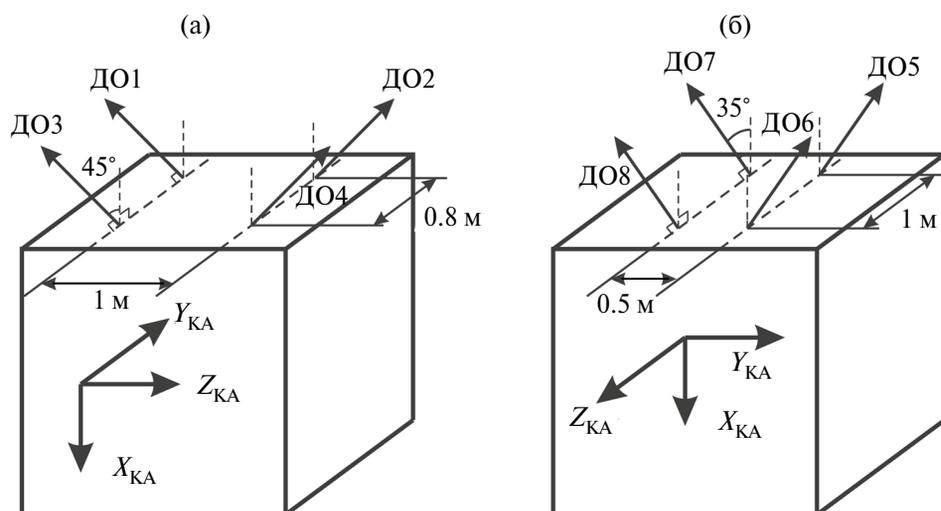


Рис. 1. Положение осей связанной системы координат рассматриваемого КА и расположение двигателей.

продуктов сгорания. Направление тяги, создаваемой ДО, имеет соответственно противоположное направление.

Для определенности и дальнейшего использования в численных примерах предположим, что начало строительной системы координат (СтСК) $OX_{КА} Y_{КА} Z_{КА}$ КА находится в центре ДУ (центр прямоугольника, углами которого являются местоположение двигателей). Будем считать, что ДУ расположена в центре одной из граней корпуса КА (условно корпус можно считать параллелепипедом), ось $OX_{КА}$ направлена перпендикулярно данной грани вглубь корпуса КА (рис. 1). Ось $OY_{КА}$ лежит в плоскости указанной грани и направлена параллельно линии, связывающей точки установок ДО1 и ДО3, а ось $OZ_{КА}$ также лежит в этой плоскости и направлена параллельно линии, связывающей точки установок ДО5 и ДО6. В итоге вектор тяги каждого двигателя лежит в плоскости, которая параллельна плоскости $OX_{КА} Z_{КА}$, причем векторы тяг пар двигателей ДО1 и ДО2, ДО3 и ДО4, ДО5 и ДО6, а также ДО7 и ДО8 лежат в одних и тех же плоскостях. Одновременно с этим векторы тяг двигателей первого коллектора (ДО1–ДО4) образуют с осью $OX_{КА}$ угол 45° , а вектора тяг двигателей второго коллектора (ДО5–ДО7) – угол 35° . Считается, что центр масс рассматриваемого КА в плоскости $OX_{КА} Z_{КА}$ находится вблизи точки пересечения линий, соединяющих месторасположения ДО1 и ДО3, а также ДО2 и ДО4 (центр прямоугольника, углами которого являются местоположения двигателей). Одновременно с этим центр масс КА должен быть смещен от данной точки вдоль оси $OX_{КА}$ на значительное расстояние. Вектор положения центра масс в СтСК имеет координаты $r_{cm} = [1.2 \ 0.05 \ 0.01]^T$. Будем считать, что начало связанной с КА системы координат (ССК) $OXYZ$ находится в его центре масс и оси данной системы коллинеарны осям СтСК. Предположим, что масса КА равна 1500 кг и зададим матрицу инерции КА:

$$J = \begin{bmatrix} 4000 & 200 & 100 \\ 200 & 5000 & 50 \\ 100 & 50 & 3000 \end{bmatrix}.$$

Координаты $r^{СтСК} = [r_x^{СтСК} \ r_y^{СтСК} \ r_z^{СтСК}]^T$, единичные векторы направления тяг $e^{СтСК} = [e_x^{СтСК} \ e_y^{СтСК} \ e_z^{СтСК}]^T$ в строительных осях, согласно рис. 1, и величины угловых ускорений двигателей $\varepsilon = [\varepsilon_x \ \varepsilon_y \ \varepsilon_z]^T$ в ССК представлены в таблице.

В результате при таком расположении двигателей возможно создание моментов вокруг каждой из осей КА, в частности: одновременная работа ДО1 и ДО2 или ДО3 и ДО4 создают положительный или отрицательный моменты вокруг оси OZ , одновременная работа ДО1 и ДО3 или ДО2 и ДО4 – положительный или отрицательный моменты вокруг оси OY , одновременная работа ДО1 и ДО4 или ДО2 и ДО3 – положительный или отрицательный моменты вокруг оси OX . Дополнительно, при необходимости, включив в работу одновременно все двигатели каждого из коллекторов возникает сила в направлении оси OX , что открывает возможности для коррекции орбиты с использованием этого же набора двигателей. На фоне работы всех двигателей, кратковременно отключая часть из них, можно дополнительно управлять также и угловым движением спутника. То же самое происходит и с двигателями второго коллектора, которые ввиду разницы в местоположении и направлении векторов тяг отличаются лишь величинами создаваемых ими моментов и сил.

Для перемещений центра масс аппарата и его вращения с помощью ракетных двигателей управление осуществляется с применением широтно-импульсной модуляции длительности

Таблица 1. Координаты, направления тяг ДО и угловые ускорения

№ ДО	$r_x^{СтСК}$	$r_y^{СтСК}$	$r_z^{СтСК}$	$c_x^{СтСК}$	$c_y^{СтСК}$	$c_z^{СтСК}$	ε_x	ε_y	ε_z
	м								
ДО1	0.0	0.40	-0.5	0.70711	0.0	0.70711	0.02036	0.03303	-0.02960
ДО2	0.0	0.40	0.5	0.70711	0.0	-0.70711	-0.01892	-0.03349	-0.02716
ДО3	0.0	-0.40	-0.5	0.70711	0.0	0.70711	-0.02999	0.03438	0.03688
ДО4	0.0	-0.40	0.5	0.70711	0.0	-0.70711	0.02824	-0.03601	0.03613
ДО5	-0.02	0.25	-0.5	0.81915	-0.57358	0.0	-0.02529	-0.02834	0.06274
ДО6	-0.02	0.25	0.5	0.81915	-0.57358	0.0	0.02134	0.02614	0.06026
ДО7	-0.02	-0.25	-0.5	0.81915	0.57358	0.0	0.02792	-0.02932	-0.05246
ДО8	-0.02	-0.25	0.5	0.81915	0.57358	0.0	-0.02432	0.02909	-0.05171

включения двигателей. В качестве основного варианта управления рассматривается одновременное использование четырех ДО одного из коллекторов, а также реализация коррекции орбиты при помощи всех восьми ДО. Одной из проблем при формировании управляющих длительностей включения двигателей является то обстоятельство, что направления тяг двигателей не совпадают ни с каналами измерителя угловой скорости, ни с направлениями осей связанной системы координат спутника. Как видно из рис. 1, все двигатели создают воздействия сразу по всем каналам управления, что затрудняет возможности их комбинирования для формирования управляющего воздействия одновременно по нескольким выбранным каналам.

Традиционно [7–10] задача управления пространственным движением с помощью двигателей состоит из следующих основных частей: определение требуемого изменения скорости КА на каждом такте управления бортовой центральной вычислительной машины и его реализация с применением ДУ путем выбора оптимальной с точки зрения расхода топлива схемы включения двигателей. Дополнительно также возникает задача прогнозирования изменения параметров движения КА, которая решается аналогично [8, 9] и в данной статье не рассматривается.

2. Определение требуемого изменения скорости КА. Пусть спутнику необходимо поддерживать некую целевую ориентацию, которой может выступать либо орбитальный базис, расположение его осей аналогично описанному в [11, 12], либо некий постоянный разворот относительно данного базиса, либо ориентация с разворотом относительно осей инерциальной системы координат которой может являться, например, базис J2000. Относительно целевого базиса в контуре управления рассчитываются угловые ошибки ориентации в виде управляющего кватерниона $\mathbf{N} = [N_0 \ N_x \ N_y \ N_z]^T$. В [8] показано, что решение задачи определения требуемого изменения скорости КА при малых угловых рассогласованиях может быть осуществлено при помощи фазовой плоскости, а в случае, если угол рассогласования между целевой ориентацией и связанным базисом велик, происходит поворот вокруг оси Эйлера [13].

На рис. 2 изображены параметры управления рассматриваемого спутника на фазовой плоскости для каждого канала управления в координатах угла рассогласования $v_i \approx 2N_i$, $i = x, y, z$, $N_0 \geq 0$, между заданным положением КА относительно целевой системы координат и реальным его положением (по оси абсцисс) и разности между проекцией на оси управления текущей оценки угловой скорости $\hat{\omega}_i(t)$ и программной угловой скоростью вращения целевого базиса ω_i^B , $i = x, y, z$ (по оси ординат). В качестве оценки угловой скорости $\hat{\omega}_i(t)$, $i = x, y, z$, можно

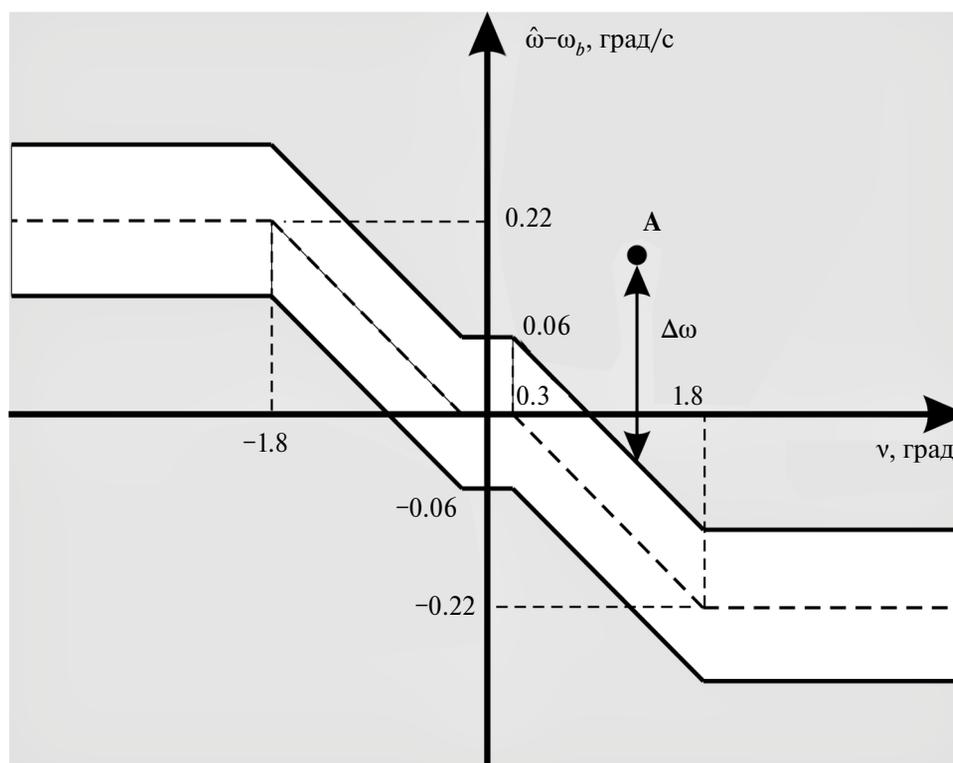


Рис. 2. Линии переключения на фазовой плоскости.

использовать непосредственно показания датчика угловой скорости $\omega_i(t)$, $i = x, y, z$. Однако ввиду значительной зашумленности измерений, получаемых с датчика, и присутствия в измерениях упругих колебаний конструкции КА [10, 14] традиционно для формирования $\omega_i(t)$, $i = x, y, z$, применяется обработка измерений с помощью фильтра упругих колебаний, представляющего собой фильтр Калмана [15, 16]. На фазовой плоскости изображена зона нечувствительности, ограниченная линиями переключения, ширина которой по вертикали составляет $\delta\omega = \pm 0.06$ град/с. Угловая ошибка стабилизации при таком законе управления будет равна $\sim 0.8^\circ$. В [17] показано, что уравнение динамики углового движения в фазовых переменных имеет вид

$$d\dot{v}_i^2 = 2\varepsilon_i dv_i, \quad (2.1)$$

здесь d – знак дифференциала.

В этом случае вся фазовая плоскость оказывается разделенной на три зоны. Внутри зоны нечувствительности отсутствует управление и движение определяется как $\dot{v}_i = \text{const}$. Снизу от зоны нечувствительности будет зона, в которой движение задается положительным моментом, согласно уравнению $\dot{v}_i^2 = 2\varepsilon_i v_i + \text{const}$ ($\varepsilon_i > 0$), а сверху – отрицательным ($\varepsilon_i < 0$). Здесь ε_i , $i = x, y, z$, – ускорение, создаваемое двигателями в каждом канале управления. Значение произвольной постоянной в приведенных выше уравнениях определяется начальными величинами угловых рассогласований и угловых скоростей.

Как и в [8, 9], для каждого канала управления потребное приращение угловой скорости (управляющий сигнал $u_i = \Delta\omega_i$, $i = x, y, z$) находится как расстояние по вертикали от точки А, соответствующей текущему состоянию системы, до ближайшей границы зоны нечувствительности с учетом гистерезиса. Будем понимать под суммарным угловым рассогласованием величину угла Эйлера поворота от целевой к связанной ориентации. При суммарном угловом рассогласовании, превышающем 15° , происходит поворот вокруг оси Эйлера [13], которая определяется кватернионом рассогласования $N_i/\sqrt{1 - N_0^2}$, $i = x, y, z$. Управляющий сигнал в этом случае запишем следующим образом:

$$\Delta\omega_i = \hat{\omega}_i - \omega_{bi} - \omega_0 \frac{N_i}{\sqrt{1 - N_0^2}} - \delta\omega_{cl}, \quad i = x, y, z,$$

где ω_0 – угловая скорость поворота; $\delta\omega_{cl}$ – ближайшая граница зоны нечувствительности по угловой скорости. При приближении в процессе разворота угла к границам зоны нечувствительности, изображенной на рис. 2 (угол кратчайшего поворота – менее 15°), происходит перестройка закона управления и реализуется вышеописанная логика с использованием фазовой плоскости.

3. Реализация потребного изменения угловой скорости с помощью ДУ. В алгоритмах, описанных в [7–9] и основанных на решении задачи линейного программирования, требуется найти времена включения произвольной комбинации двигателей для того, чтобы достичь по всем трем каналам управления угловым движением границ зоны нечувствительности по угловой скорости (рис. 2), затратив при этом минимальное количество топлива. Для этого минимизируется целевая функция:

$$Z = \sum_{n=1}^{N_{DO}} r_n t_n \rightarrow \min,$$

где r_n – секундный расход топлива для каждого из N_{DO} выбранных двигателей; t_n – длительность работы каждого двигателя. При этом следует удовлетворить следующим шести условиям на приращение угловой скорости:

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{N_{DO}} \varepsilon_{xn} t_n &\geq \Delta\omega_{down}^x, & \sum_{n=1}^{N_{DO}} \varepsilon_{xn} t_n &\leq \Delta\omega_{up}^x, \\ \sum_{n=1}^{N_{DO}} \varepsilon_{yn} t_n &\geq \Delta\omega_{down}^y, & \sum_{n=1}^{N_{DO}} \varepsilon_{yn} t_n &\leq \Delta\omega_{up}^y, \\ \sum_{n=1}^{N_{DO}} \varepsilon_{zn} t_n &\geq \Delta\omega_{down}^z, & \sum_{n=1}^{N_{DO}} \varepsilon_{zn} t_n &\leq \Delta\omega_{up}^z, \\ t_n &\geq 0, \\ n &= \overline{1, N_{DO}}. \end{aligned}$$

Здесь $\Delta\omega_{down} = (\Delta\omega_{down}^x, \Delta\omega_{down}^y, \Delta\omega_{down}^z)^T$ и $\Delta\omega_{max} = (\Delta\omega_{up}^x, \Delta\omega_{up}^y, \Delta\omega_{up}^z)^T$ – векторы расстояний по вертикали в каждом канале управления от текущего фазового состояния системы соответственно до нижней и верхней границ зоны нечувствительности. Указанную задачу в бортовых алгоритмах предлагается решать с использованием модифицированного симплекс-метода.

В отличие от алгоритмов, описанных в [8, 9] для вышеприведенной конфигурации ДО с целью выбора оптимальной схемы включения двигателей, применим алгоритм, основанный на минимизации квадратичной функции [18, 19]. В качестве такой функции будем использовать сумму квадратов длительностей включения двигателей. Ввиду ограниченного количества двигателей и линейности ограничений для данной задачи может быть найдено простое в вычислительном плане решение. Предлагается решать задачу оптимальной реализации потребного изменения угловой скорости с помощью четырех ДО одного из коллекторов, с использованием метода Куна–Таккера [20], согласно которому рассматривается задача нелинейного программирования с ограничениями в виде равенств и неравенств. В результате на каждом такте управления требуется отыскать минимум функции:

$$f(t_1, \dots, t_N) = \sum_{k=1}^N t_k^2, \quad k = \overline{1, N},$$

где $N = 4$ – количество двигателей. Функция представляет собой сумму квадратов времен включения двигателей t_k . Ее минимум должен достигаться при выполнении ограничений на величину приращения угловой скорости и с учетом неотрицательности полученных длительностей включений каждого двигателя:

$$\begin{cases} h_1(t_k) = \sum_{k=1}^N \varepsilon_x^k t_k - \Delta\omega_x = 0, \\ h_2(t_k) = \sum_{k=1}^N \varepsilon_y^k t_k - \Delta\omega_y = 0, \\ h_3(t_k) = \sum_{k=1}^N \varepsilon_z^k t_k - \Delta\omega_z = 0, \\ g_k(t_k) = t_k \geq 0, \quad k = \overline{1, N}, \end{cases} \quad (3.1)$$

здесь ε_i^k – угловое ускорение k -го двигателя в i -м канале управления, $i = x, y, z$.

Минимум функции $f(t_1, \dots, t_N)$ достигается при выполнении условий Куна–Таккера [20]:

$$\begin{cases} \nabla f(t_k) - \sum_{k=1}^N v_k \nabla g_k(t_k) - \sum_{i=1}^3 \lambda_i \nabla h_i(t_k) = 0, \\ v_k t_k = 0, \quad k = \overline{1, N}, \\ v_k \geq 0. \end{cases} \quad (3.2)$$

Подставив в первое уравнение (3.2) условия (3.1), а также функцию $f(t_1, \dots, t_N)$ и проведя дифференцирование, получим

$$t_k = \frac{v_k}{2} + \frac{1}{2} (\lambda_1 \varepsilon_x^k + \lambda_2 \varepsilon_y^k + \lambda_3 \varepsilon_z^k), \quad k = \overline{1, N}. \quad (3.3)$$

Подставляя (3.3) в (3.1), найдем линейную систему уравнений относительно $\lambda = [\lambda_1 \quad \lambda_2 \quad \lambda_3]^T$. Из двух последних условий (3.2) следует, что для ненулевых решений ($t_k \neq 0$) необходимо, чтобы $v_k \equiv 0$. Наоборот, условие $v_k \neq 0$ означает, что $t_k \equiv 0$. Поэтому в суммах правых частей получившейся системы уравнений останутся только члены, соответствующие “нулевым” решениям ($t_j \equiv 0$). Эти члены сумм определяются с использованием (3.3): $v_k = -(\lambda_1 \varepsilon_x^k + \lambda_2 \varepsilon_y^k + \lambda_3 \varepsilon_z^k)$, $k = \overline{1, N}$. Таким образом, решение системы может быть найдено через

$$\lambda = 2\mathbf{B}^{-1} \Delta\omega. \quad (3.4)$$

Компоненты матрицы **B** определяются следующим образом:

$$b_{i,j} = \sum_{k=1}^N (\varepsilon_i^k \varepsilon_j^k) - \sum_k (\varepsilon_i^k \varepsilon_j^k), i = x, y, z, j = x, y, z. \quad (3.5)$$

Во втором члене (3.5) суммирование идет только по тем двигателям, для которых $t_k \equiv 0, k = \overline{1, N}$. Используя (3.4), находим искомые времена включения двигателей:

$$t_k = \frac{1}{2}(\lambda_1 \varepsilon_x^k + \lambda_2 \varepsilon_y^k + \lambda_3 \varepsilon_z^k), k = \overline{1, N},$$

причем в это решение не включены те двигатели, для которых заранее предполагается $t_k \equiv 0, k = \overline{1, N}$.

Практически решение задачи управления с использованием четырех двигателей сводится к последовательным расчетам для всех возможных комбинаций трех двигателей из четырех, при этом для четвертого двигателя должно быть верным условие $t_k \equiv 0, k = \overline{1, N}$. Полученное решение проверяется на выполнение условия неотрицательности значений $t_k, k = \overline{1, N}$, и далее дискретизируется с учетом минимального такта длительности включения ДО, равного 10 мс.

При осуществлении алгоритма стабилизации в режиме коррекции орбиты управляющий момент создается за счет частичного отключения двигателей на расчетное время. В этом случае задача решается следующим образом. Как и ранее, минимизируется функция

$$f(\tau_1, \dots, \tau_N) = \sum_{j=1}^N \tau_k^2,$$

однако здесь, в отличие от (3.2) и (3.3), под τ_n понимается длительность отключения отдельного двигателя.

Ограничения на величину приращения угловой скорости с учетом неотрицательности полученных длительностей отключений каждого двигателя принимают следующий вид:

$$\begin{cases} h_1(t_k) = \sum_{k=1}^N \varepsilon_x^k (T_{ctrl} - \tau_k) - \Delta\omega_x = 0, \\ h_2(t_k) = \sum_{k=1}^N \varepsilon_y^k (T_{ctrl} - \tau_k) - \Delta\omega_y = 0, \\ h_3(t_k) = \sum_{k=1}^N \varepsilon_z^k (T_{ctrl} - \tau_k) - \Delta\omega_z = 0, \\ g_k(\tau_k) = \tau_k \geq 0, k = \overline{1, N}. \end{cases} \quad (3.6)$$

Здесь $T_{ctrl} = 0.2$ с – длительность такта управления (интервал между двумя последовательными передачами управляющих сигналов на ДО). Как и в предыдущем случае, минимум функции $f(\tau_1, \dots, \tau_N)$ достигается при выполнении условий Куна–Таккера, аналогичных (3.2). Тогда из этих условий следует

$$\tau_k = \frac{v_k}{2} - \frac{1}{2}(\lambda_1 \varepsilon_x^k + \lambda_2 \varepsilon_y^k + \lambda_3 \varepsilon_z^k), k = \overline{1, N}. \quad (3.7)$$

Подставляя (3.7) в (3.6), также получаем линейную систему уравнений относительно $\lambda = [\lambda_1 \ \lambda_2 \ \lambda_3]^T$ и, как в предыдущем случае, из двух последних условий (3.6) вытекает, что для ненулевых решений ($\tau_k \neq 0$) необходимо, чтобы $v_k \equiv 0$. Наоборот, условие $v_k \neq 0$ означает, что $\tau_k \equiv 0$. Поэтому в суммах правых частей получившейся системы уравнений останутся только члены, соответствующие “нулевым” решениям ($\tau_k \equiv 0$). Эти члены сумм определяются с использованием (3.7): $v_k = \lambda_1 \varepsilon_x^k + \lambda_2 \varepsilon_y^k + \lambda_3 \varepsilon_z^k, k = \overline{1, N}$. Аналогично решение получившейся системы может быть найдено через

$$\lambda = 2\mathbf{B}^{-1}\mathbf{C}, \quad (3.8)$$

где компоненты матрицы **B** определяются, как и в (3.5), а компоненты вектора $\mathbf{C} = [c_x \ c_y \ c_z]^T$ при этом имеют вид

$$c_i = \Delta\omega_i - T_{ctrl} \sum_{k=1}^N \varepsilon_i^k, i = x, y, z. \quad (3.9)$$

Используя (3.7), (3.8), находим искомые времена отключения двигателей:

$$\tau_k = -\frac{1}{2}(\lambda_1 \varepsilon_x^k + \lambda_2 \varepsilon_y^k + \lambda_3 \varepsilon_z^k), k = \overline{1, N}, \quad (3.10)$$

причем в это решение не включены те двигатели, для которых заранее предполагается, что $\tau_k \equiv 0, k = \overline{1, N}$.

Задаваемая длительность включения ДО в этом случае определяется через (3.10) и имеет вид $t_k = T_{ctrl} - \tau_k, k = \overline{1, N}$. Полученное решение проверяется на выполнение условия неотрицательности значений $t_k, k = \overline{1, N}$, и далее дискретизируется с учетом минимального такта длительности включения ДО, равного 10 мс. Ввиду неотрицательности решения $\tau_k, k = \overline{1, N}$, длительность включения ДО автоматически ограничивается сверху величиной T_{ctrl} .

Решение каждой из этих задач в бортовом алгоритме проводится на каждом такте управления длительностью T_{ctrl} . В результате при включении найденной комбинации двигателей параметры движения КА будут изменяться в необходимом направлении. Ввиду небольших величин угловых скоростей вращения (при поворотах, не превышающих 0.6 град/с) нелинейность уравнений движения не окажет особого влияния на процесс управления, к тому же на следующем такте управления через T_{ctrl} с задача оптимизации будет решена заново с изменившимися начальными условиями.

Ключевым преимуществом данного алгоритма перед описанным ранее в [7–9] является отсутствие больших объемов вычислений. В частности, задачу оптимизации распределения требуемых длительностей включения ДО для рассматриваемой конфигурации можно свести к решению четырех систем вида (3.4) или (3.8), при этом матрицы (3.5) и матрицы, обратные им, могут быть рассчитаны заранее. Далее, среди получившихся четырех вариантов, выбором подходящего решения, в котором отсутствуют отрицательные компоненты вектора решения, определяется оптимальная величина длительностей включения ДО.

Для алгоритма, описанного в [7–9], на основе решения задачи линейного программирования задача также сводится к целенаправленному перебору решений, в процессе которого значение целевой функции изменяется необходимым образом. Однако для этого нужно гораздо больше вычислений. В частности, для того чтобы породить начальное базисное допустимое решение, приходится решать задачу линейного программирования большей размерности с шестью дополнительными переменными, позволяющими избавиться от неравенств в ограничениях для сведения этой задачи к стандартной форме. Практика показывает, что при необходимости управления для этого потребуется 3–5 итераций модифицированного симплекс-метода. При этом на каждой итерации происходит вычисление новых базисных переменных и симплекс-множителей увеличенной размерности. Далее для поиска оптимального решения потребуется еще 1–3 итерации модифицированного симплекс-метода с аналогичными пересчетами новых базисных переменных и симплекс-множителей размерности задачи. Указанные операции гораздо более вычислительно затратны, чем четыре перемножения матрицы размерности 3×3 на вектор-столбец, которые требуются в предложенном алгоритме.

4. Результаты численного моделирования. Для демонстрации работы предложенного алгоритма на основе приведенных выше массово-инерционных характеристик аппарата было проведено математическое моделирование движения спутника. Данные были получены в результате моделирования полета на наземном комплексе отработки программного обеспечения. В состав стенда входит: реальный бортовой вычислитель с прошитым бортовым программным обеспечением; наземная модель динамики и бортовых систем; модели аппаратуры системы управления движением и внешней среды; модель упругих колебаний конструкции КА; сервисное программное обеспечение. Моделировались профили импульсов, задержки измерений и исполнения команд, ошибки установки и тяг двигателей. Без ограничения общности для удобства восприятия полученных данных упругие колебания конструкции в процессе моделирования не учитывались. Для управления использовались ДО1, ДО2, ДО3 и ДО4 первого коллектора (рис. 1).

Для демонстрации работы алгоритма, основанного на решении задачи стабилизации КА с ограничениями (3.1), моделировался режим поддержания требуемой ориентации и поворот КА вокруг оси Эйлера.

На рис. 3, 4 приведены результаты моделирования режима поддержания требуемой ориентации. На рис. 3 изображено поведение угловых скоростей и рассогласований в каналах крена, рысканья и тангажа при стабилизации относительно целевой ориентации, на рис. 4 – циклограммы включения ДО. На циклограммах рассмотрены рассчитанные алгоритмом длительности включения ДО, которые представлены в квантах по 10 мс. Ввиду того что длительность такта управления составляет 200 мс, значение 20 квантов соответствует непрерывной работе двигателя на такте управления, меньшая величина говорит об его импульсной работе

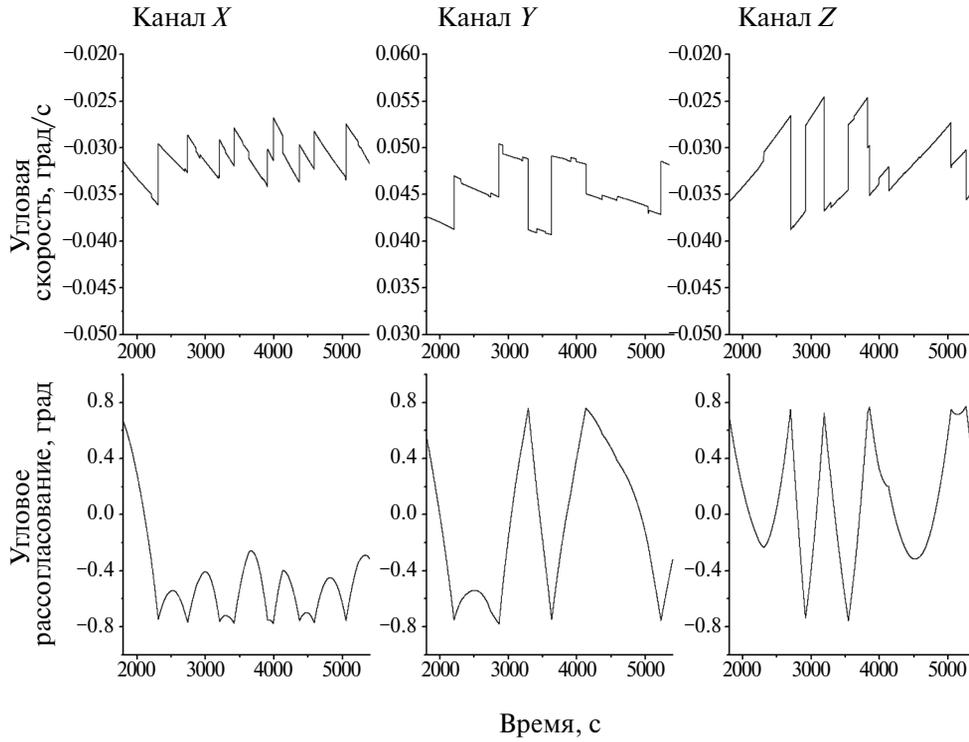


Рис. 3. Поведение угловой скорости и углового рассогласования в процессе поддержания заданной ориентации.

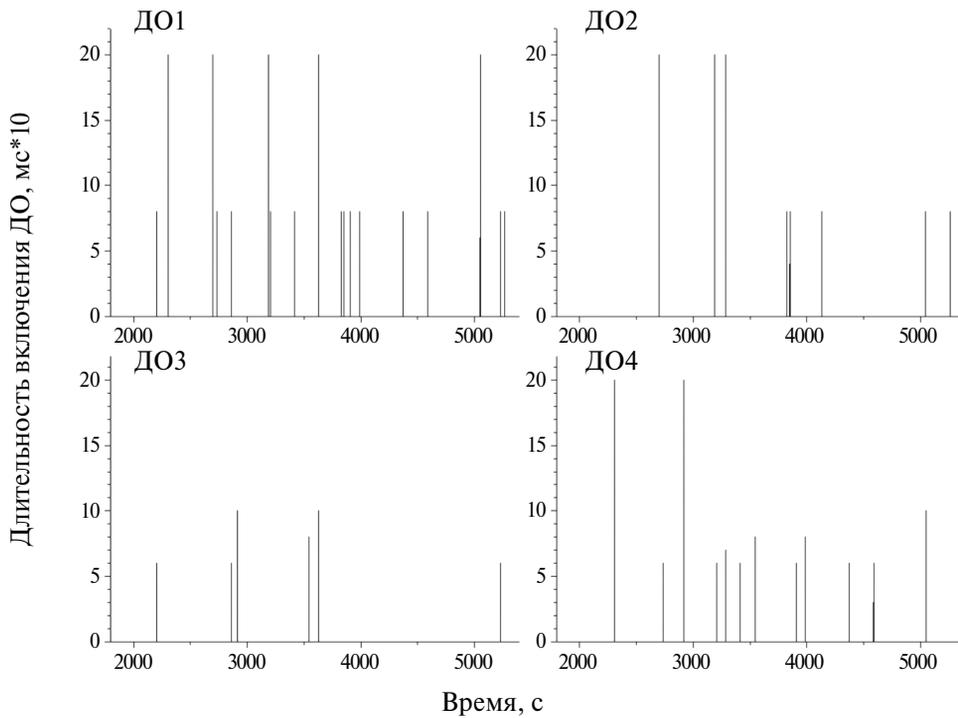


Рис. 4. Циклограмма работы ДО при поддержания заданной ориентации.

на данном такте. Из приведенных графиков видно, что в процессе управления угловое рассогласование не превышает 0.8° , а угловая скорость не превышает границ зоны нечувствительности, составляющих 0.06 град/с. Графики рис. 4 демонстрируют, что ДО периодически включаются на длительности от 60 до 200 мс для коррекции ориентации КА.

На рис. 5, 6 представлены результаты моделирования режима пространственного поворота на угол $\sim 180^\circ$. Разворот происходил вокруг оси, задаваемой единичным вектором $\mathbf{v} = [0.5 \ \sqrt{3}/8 \ -\sqrt{3}/8]^T$. На рис. 5 изображено поведение угловых скоростей и рассогласований в каналах крена, рысканья и тангажа при развороте, на рис. 6 – циклограммы включения ДО. На циклограммах рассмотрены рассчитанные алгоритмом длительности включения ДО, представленные в квантах по 10 мс. Согласно графикам, в процессе управления вначале разворота на несколько секунд включается ДО1 для набора угловой скорости разворота, модуль которой составляет 0.5 град/с, угловое рассогласование при этом совершает скачок, что говорит о задании новой целевой ориентации (так как угловое рассогласование – это угловая ошибка относительно целевой ориентации). Далее в процессе разворота угловое рассогласование уменьшается до значений вблизи границ зоны нечувствительности (рис. 2), а угловая скорость незначительно изменяется, ДО при этом периодически включаются для коррекции угловой скорости на длительности от 60 до 200 мс. В конце разворота, когда угловое рассогласование приближается к границе зоны нечувствительности, происходит гашение угловой скорости и стабилизация в новой ориентации. На рис. 6 в этот момент наблюдается интенсивная работа двигателей.

Если сравнивать затраты топлива на указанный разворот при управлении по вышеописанному алгоритму и в случае применения алгоритма из [7–9], то алгоритм, приведенный в данной статье, дает небольшую экономию топлива в размере $\sim 7\%$ относительно затрат топлива при задействовании алгоритма оптимизации схемы включения двигателей на базе решения задачи линейного программирования. Поведение угловых ошибок ориентации и угловых скоростей в процессе разворота при использовании обоих алгоритмов имеет приблизительно одинаковый характер.

Для демонстрации работы алгоритма, основанного на решении задачи коррекции орбиты КА с ограничениями (3.6), моделировался режим коррекции орбиты на четырех двигателях первого коллектора ДО1–ДО4 и режим коррекции орбиты на восьми двигателях обоих

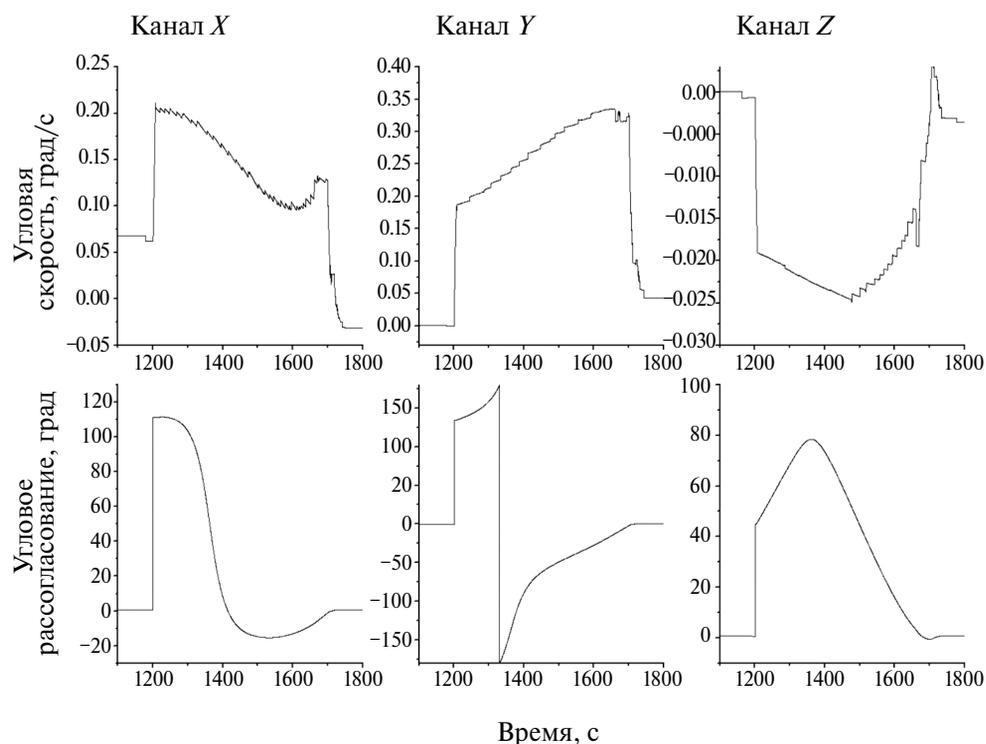


Рис. 5. Поведение угловой скорости и углового рассогласования в процессе разворота КА.

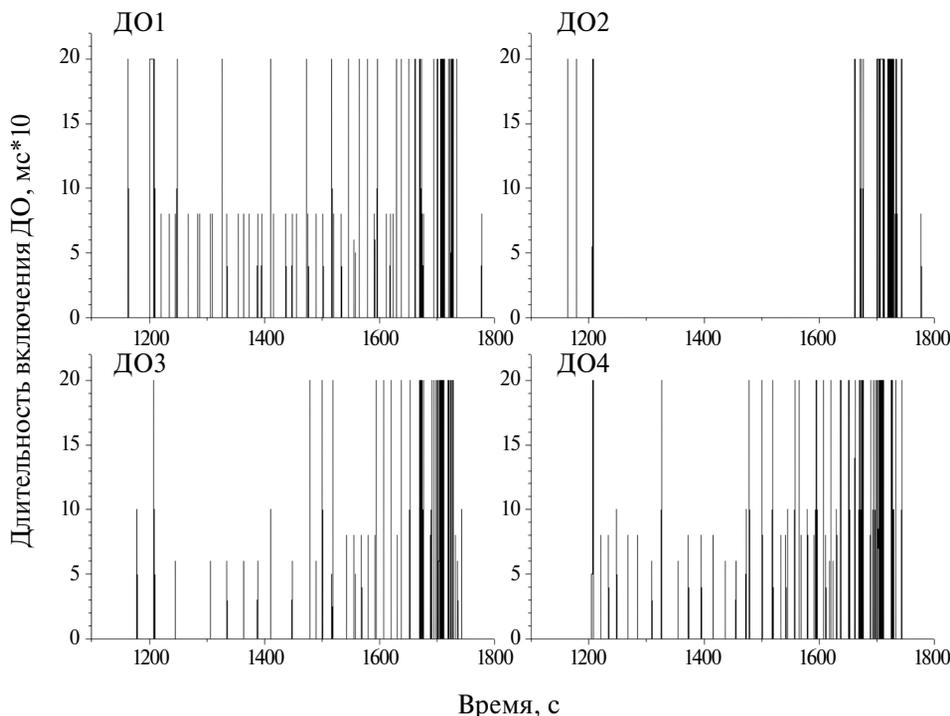


Рис. 6. Циклограмма работы ДО в процессе разворота КА.

коллекторов ДО1–ДО8. При этом из-за большей величины тяги двигателя второго коллектора работали в непрерывном режиме (без отключений), а двигатели первого коллектора периодически отключались с целью стабилизации относительно требуемой ориентации.

На рис. 7, 8 приведены результаты моделирования режима коррекции орбиты на четырех двигателях первого коллектора ДО1–ДО4. На рис. 7 изображено поведение угловых скоростей и рассогласований в каналах крена, рысканья и тангажа при стабилизации относительно целевой ориентации, в которой выполняется коррекция орбиты. На рис. 8 рассмотрены циклограммы включения ДО, на которых описаны рассчитанные алгоритмом длительности включения ДО, представленные в квантах по 10 мс. Из приведенных графиков видно, что вначале для коррекции орбиты включаются все четыре ДО, а далее ДО1 и ДО2 работают практически непрерывно, а ДО3 и ДО4 периодически отключаются для компенсации возмущающего момента, вызванного смещением центра масс. Угловое рассогласование при этом из-за действия данного момента выходит на границу зоны нечувствительности, и аппарат стабилизируется в данной ориентации с ошибкой порядка 0.8° в каналах крена и тангажа. После окончания коррекции орбиты все двигатели выключаются. Продолжительность режима составила ~ 50 с.

Сравнение затрат топлива на указанную коррекцию орбиты при управлении по алгоритму, описанному в данной статье и при использовании алгоритма из [7–9], дает незначительную экономию топлива в размере $\sim 0,17\%$ для алгоритма на основе минимизации квадратичной функции. Длительность работы ДО при коррекции орбиты в этом случае на 0.2 с меньше. Поведение угловых ошибок ориентации и угловых скоростей при использовании обоих алгоритмов имеет приблизительно одинаковый характер.

Наиболее интересным представляется применение предложенного алгоритма в режиме коррекции орбиты на всех имеющихся двигателях обоих гидравлических коллекторов ДО1–ДО8. На рис. 9–11 приведены результаты моделирования этого режима при выдаче импульса, по величине эквивалентного предыдущему случаю. На рис. 9 изображено поведение угловых скоростей и рассогласований в каналах крена, рысканья и тангажа при стабилизации относительно целевой ориентации, в которой выполняется коррекция орбиты. На рис. 10 рассмотрены циклограммы включения ДО первого гидравлического коллектора, а на рис. 11 изображены циклограммы включения ДО второго гидравлического коллектора. На циклограммах описаны рассчитанные алгоритмом длительности включения ДО, представленные в квантах по 10 мс. Из приведенных графиков видно, что вначале для коррекции орбиты в непрерывном

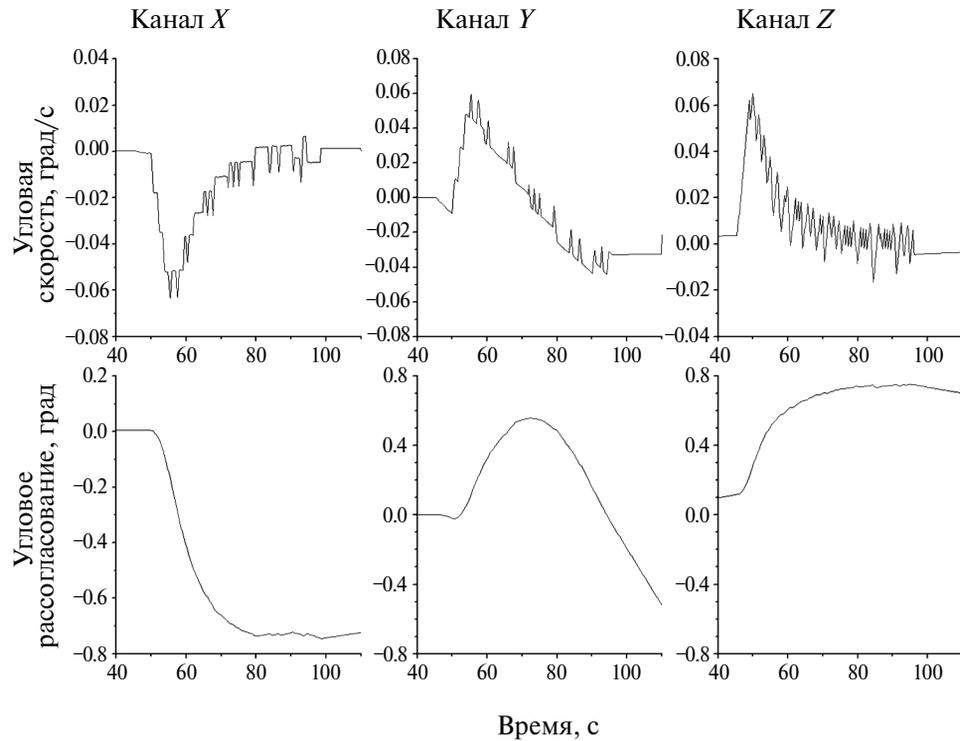


Рис. 7. Поведение угловой скорости и углового рассогласования в процессе коррекции орбиты с использованием четырех ДО первого коллектора.

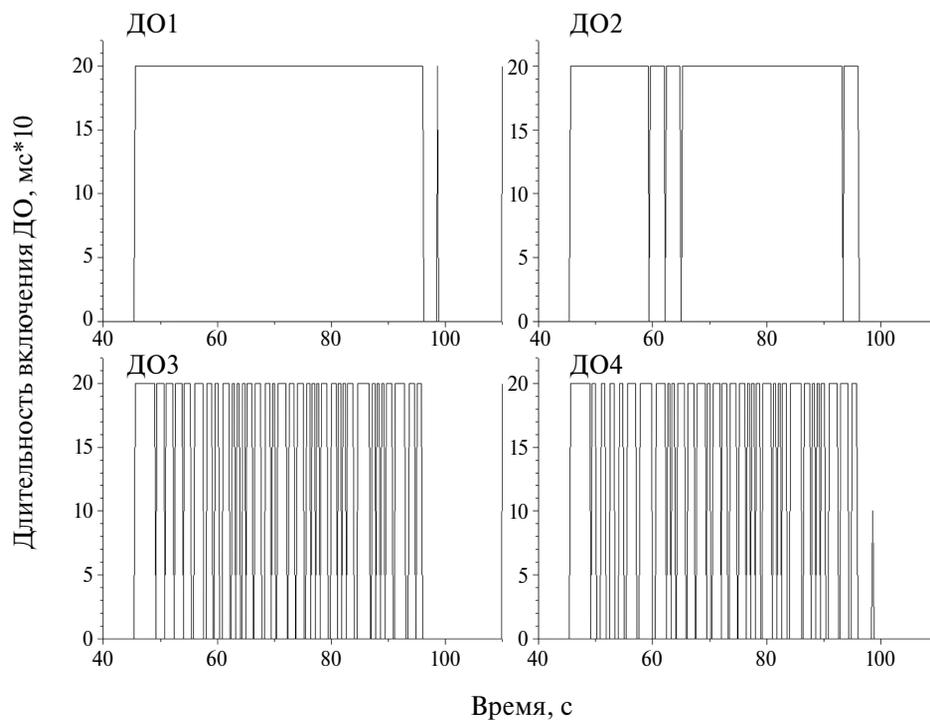


Рис. 8. Циклограмма работы ДО при коррекции орбиты с использованием четырех ДО первого коллектора.

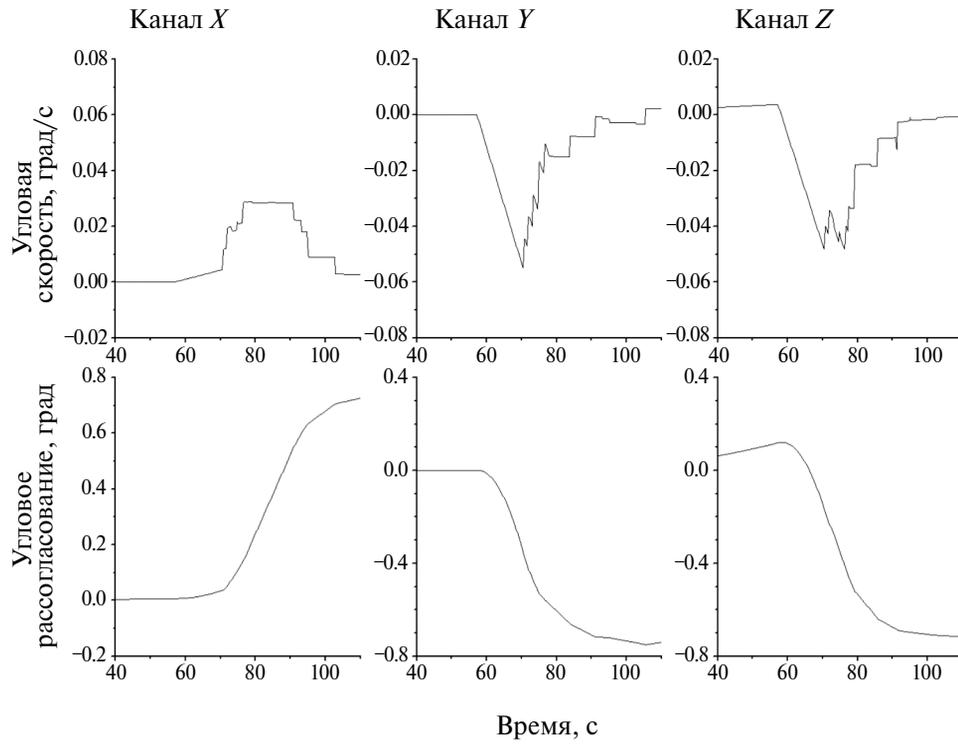


Рис. 9. Поведение угловой скорости и углового рассогласования в процессе коррекции орбиты с использованием всех восьми ДО обоих коллекторов.

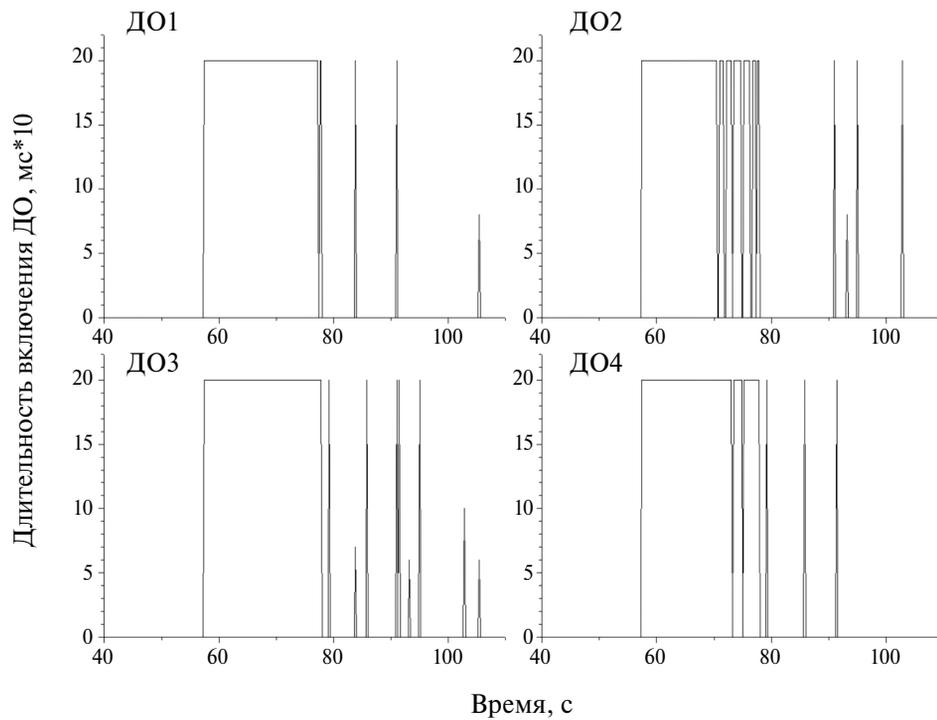


Рис. 10. Циклограмма работы ДО первого коллектора при коррекции орбиты с использованием всех восьми ДО обоих коллекторов.

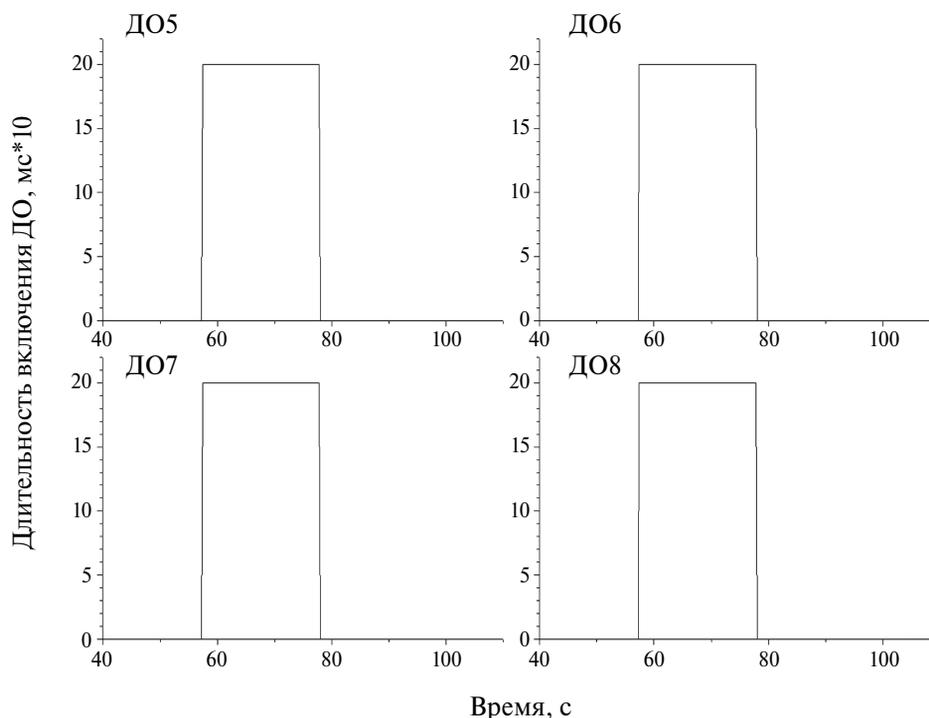


Рис. 11. Циклограмма работы ДО второго коллектора при коррекции орбиты с использованием всех восьми ДО обоих коллекторов.

режиме включаются все четыре ДО второго коллектора, а двигатели первого коллектора также вначале работают непрерывно, а далее ДО2 и ДО4 периодически отключаются для компенсации возмущающего момента, вызванного смещением центра масс. Угловое рассогласование, как и в предыдущем случае, ввиду действия данного момента выходит на границу зоны нечувствительности, и аппарат стабилизируется в данной ориентации с ошибкой порядка 0.8° во всех каналах управления. После окончания коррекции орбиты все двигатели выключаются. Продолжительность режима составила ~ 20 с, что обусловлено более чем в 2 раза большей величиной суммарной тяги от всех ДО.

Заключение. Рассмотрен алгоритм управления движением, который можно применить на автоматических КА, имеющих ДУ. Алгоритм обеспечивает одновременное управление как движением вокруг центра масс спутника, так и возможность коррекции орбиты, используя всего четыре ДО. Рассмотрены варианты как управления исключительно угловым движением аппарата, так и реализации импульсов, корректирующих движение центра масс совместно со стабилизацией углового движения по полярной схеме. Представленные результаты моделирования движения КА на наземном комплексе обработки бортового программного обеспечения доказывают его эффективность и работоспособность.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мосин Д.А., Северенко А.В., Уртминцев И.А. и др. Методологический подход к выбору проектных параметров низкоорбитального малого космического аппарата дистанционного зондирования Земли // Космическая техника и технологии. 2023. № 4. С. 17–27.
2. Платонов В.Н., Сумароков А.В. Обеспечение точностных характеристик стабилизации перспективного космического аппарата при проведении площадных съемок поверхности Земли // Космонавтика и ракетостроение. 2017. № 3. С. 125–132.
3. Korol L.G., Nekhamkin L.I., Makeich S.G. et al. Application of Single-Gimbal Control Moment Gyros for Attitude Control of a Radio-Range Earth Remote Sensing Spacecraft // Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series Instrument Engineering. 2019. № 1. P. 50–61.
4. Платонов В.Н., Сумароков А.В. Управление космическим аппаратом с помощью двухстепенных гироскопов при их раскрутке и торможении // Изв. РАН. ТиСУ. 2020. № 2. С. 156–167.

5. *Платонов В.Н., Сумароков А.В.* Обеспечение точностных характеристик стабилизации перспективного космического аппарата дистанционного зондирования Земли // Изв. РАН. ТиСУ. 2018. № 4. С. 193–205.
6. *Агеев Ю.И., Панин И.Г., Пегин И.В., Смирнов И.А.* Основные достижения в ракетных двигателях малой тяги разработки конструкторского бюро химического машиностроения им. А.М. Исаева // Двигатель. 2014. № 2 (92). С. 24–27.
7. *Сумароков А.В.* Об управлении движением Многоцелевого лабораторного модуля с помощью реактивных двигателей на автономном участке полета // Матер. XIV конф. молодых ученых “Навигация и управление движением” / Под. общ. ред. В.Г. Пешехонова. СПб.: ГНЦ РФ ОАО “Концерн “ЦНИИ “Электрон”, 2012. С. 157–164.
8. *Сумароков А.В.* Управление движением Многоцелевого лабораторного модуля с помощью двигательной установки // Изв. РАН. ТиСУ. 2023. № 3. С. 141–155.
9. *Сумароков А.В.* Об управлении движением перспективного транспортного космического корабля с помощью ракетных двигателей // Изв. РАН. ТиСУ. 2024. № 2. С. 154–168.
10. *Прутько А.А., Сумароков А.В.* О нагрузках на элементы конструкции Многоцелевого лабораторного модуля на автономном участке полета // Вестн. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. 2017. № 2. С. 123–138.
11. *Богданов К.А., Сумароков А.В., Тимаков С.Н.* О решении задачи наведения спутника-осветителя на заданный район поверхности Земли и оценка освещенности // Вестн. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. 2017. № 6. С. 115–129.
12. *Богданов К.А., Зыков А.В., Субботин А.В. и др.* Применение обобщенных полиномов Баттерворта для стабилизации положения равновесия космической станции // Изв. РАН. ТиСУ. 2020. № 3. С. 148–163.
13. *Бранец В.Н., Шмыглевский И.П.* Введение в теорию бесплатформенных инерциальных навигационных систем. М.: Наука, 1992. 280 с.
14. *Прутько А.А., Сумароков А.В.* Использование спектральных методов для анализа собственных частот колебаний конструкции МКС и амплитуды шумов измерителя угловой скорости // Вестн. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. 2018. № 4. С. 59–68.
15. *Микрин Е.А., Тимаков С.Н., Зыков А.В. и др.* Опыт и перспективы создания бортовых алгоритмов управления движением космических аппаратов // Вестн. РФФИ. 2017. № 3 (95). С. 23–45.
16. *Квакернаак Х., Сиван Р.* Линейные оптимальные системы управления. М.: Мир, 1977. 650 с.
17. *Бранец В.Н., Севастьянов Н.Н., Федулов Р.В.* Лекции по теории систем ориентации, управления движением и навигации. Учеб. пособие / Под общ. ред. Н.Н. Севастьянова. Томск: Томский государственный ун-т, 2013. 313 с.
18. *Sumarokov A.V., Turnov P.A.* Algorithm for Spacecraft Angular and Translational Motion Control with Use of Orientation Thrusters // Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series Instrument Engineering. 2019. № 6. P. 30–40.
19. *Сумароков А.В.* О бортовом алгоритме усреднения параметров орбитального движения Международной космической станции в эксперименте ICARUS // Изв. РАН. ТиСУ. 2018. № 2. С. 102–111.
20. *Реклейтис Г., Рейвиндран А., Рэгдел К.* Оптимизация в технике. Ч. 1. М.: Наука, 1986.